

価格変動のリスク認知と資産リスクプレミアム ープロスペクト理論からのアプローチー

石井吉文

ニッセイアセットマネジメント(株)

2004年3月

< key words : プロスペクト理論、期待価値、リスク、時間 >

1 はじめに

投資の意思決定においてその判断基準となるのは将来の期待リターンとリスクの想定水準である。一般にリスクが高い資産ほど高いリターンが求められる。投資家は想定されるリスクの程度に対し、各人の評価基準（イメージ）によって投資対象の将来の価値を無意識のうちに想定していると考えられる。そしてこの評価基準をモデル化したものの一つとして効用関数がある。その代表例としては、いわゆる平均-分散型の効用関数（後述）がファイナンスの分野でよく知られており、実際に、それをもとに投資の意思決定について議論されることが多い。問題はこれが記述モデルとして人々の心理を適切に反映したものであるかどうかの疑問である（むしろ、そういったことを問題としてないというのが実状である）。

そこで本稿では、特に説得力のある記述モデルとして、効用関数にプロスペクト理論の価値関数を適用した。この効用関数は被験者へのアンケート調査をもとにモデル化したものであるだけに、現実的で人々の心理をよく記述したものとみることができる。

効用関数が与えられたところで、価格変動分布が決まれば、対象資産の期待効用（本文では”期待価値”）を推計することができる。評価対象資産が実際に投資対象として選考されるためには、その資産の魅力度たるべき”期待価値”が短資運用の魅力度を上回るものでなければならない。ということは、逆に短期金利の水準と対象資産のリスクの水準がわか

れば、対象資産に必要とされるリターン水準が推計できるということになる。

ところで、上記の”期待価値”を推計するために必要な価格変動の確率分布として、本稿ではヒストリカルデータを基に正規近似を適用した。ここで問題となるのものの一つは人々がはたして将来の価格変動の様子を過去データによるものと同じように認識しているかどうかというものである。期待価値は将来の主観確率分布に基づいて計測されるべきものである。よってこの場合、人々の主観確率分布の形状を把握する必要がある。

本稿はプロスペクト理論の価値関数をもとに価格変動リスクから導出する期待リターン推計の一つの試みについて述べるものであるが、以上のような人々の主観確率分布によって、人々の期待する将来のリターン水準評価にどの程度の影響をもたらすのかについても議論するものである。

2 リスクと期待価値

投資における人々の効用はファイナンスの分野では以下の（平均－分散型）モデルが広く知られている。

$$U_i = \mu - \lambda_i \sigma^2$$

(U_i : 投資家 i の効用水準、 μ : 期待収益率、 λ_i : 投資家 i の危険回避係数、 σ : 価格変動リスク)

このモデルは期待収益が高いほど、あるいはリスクが低いほど投資家の効用が高いことを表すものであり、現実によく適合する。しかしこのモデルにおける一つの現実的問題は、リスク回避の程度を表す λ_i の値の推定の困難さにある。また収益も損失もそれらの期待値からの乖離の程度をリスクとしてとらえ、それらの効用に与える影響度は等しいと仮定していることもさらなる問題と言ってよい。

しかし人々は損失回避的であり、投資の決定においては一般に下落のリスクが重視される。後述するように、10%の損失によってもたらされる苦痛の大きさは、10%の益によってもたらされる喜びの大きさより大きいとされている。よって人々が投資を決定する際の重要な判断基準は、投資対象の収益（損失）変動によってもたらされる（歪みのある）効用の総合的評価であり、それが投資対象の魅力度ということになる。そしてその魅力度は、いわゆる投資対象からもたらされる期待効用でモデル化することが考えられる（本稿での”期待価値”）。

2.1 プロスペクト理論

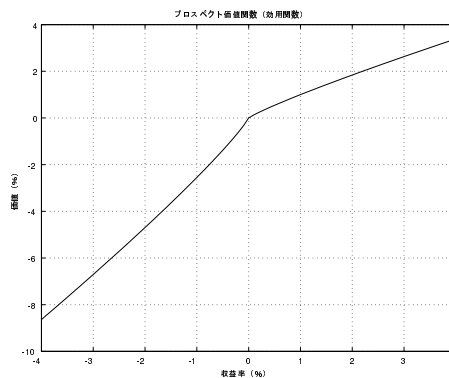
この“期待効用”の概念は半世紀前、フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンによって確立され、現在も広く活用されている。

一方、効用関数に関しては現在まで様々な研究がなされてきた。先に紹介した”平均-分散型”の効用関数もその代表例と言えるものである。問題はそれが必ずしも人々の心理・行動を適切に表しうるものでないというところにある。その結果、より矛盾のない形で人々の心理をよく表す理論が色々考え出された。その中で現実的でかつ説得力があるとされるものの一つに Kahneman&Tversky(1979) 等によるプロスペクト理論がある。この理論（のうち価値関数）は<図表 1 >で表されるものであるが、その特徴をあげるなら以下の通りである。

※プロスペクト理論による効用関数（価値関数）

$$u(x) = \begin{cases} x^{0.88} & x \geq 0 \\ -2.25(-x)^{0.88} & x < 0 \end{cases}$$

（ x は損益 ）



ある基準点からの資産額の変化、つまり損失か利益かで投資の効用が決まる。
利益が出ている場合には投資家はリスク回避的になり、
損失の場合はリスク愛好的になる。
損失の影響の方が利得の影響より大きく評価される。

2.2 リスクと期待価値

以上のプロスペクト理論の価値関数をいわゆる投資家にとっての効用関数とおくと、その期待値、いわゆる**期待価値**は投資対象資産の投資家にとっての魅力度（主観的価値）ということになる。なお、この効用関数をもとに、価格変動リスクから投資資産の**期待価値**を求める方法は以下の通りである。**期待価値** $E[u(\tilde{\mu})]$ は、

$$E[u(\tilde{\mu})] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} u(Q(x)) \times e^{-\frac{(x-\tilde{\mu})^2}{2\sigma^2}} dx \quad (1)$$

で計算される。上式で $\tilde{\mu}$ は期待収益率（変数）であり、 $Q(x)$ は収益率、 $u_1(x)$ 、 $u_2(x)$ はそれぞれ

$$\begin{cases} u_1(x) = kx^{0.88} \\ u_2(x) = -2.25k(-x)^{0.88} \end{cases}$$

である。また、 k は定数である。つまり投資対象の**期待価値**は期待効用の k 倍として表した。

以上の式に基き、実際のデータを用いて期待収益率（ $\tilde{\mu}$ ）と**期待価値**（ $E[u(\tilde{\mu})]$ ）の関係を見てみることにした。

<データ>

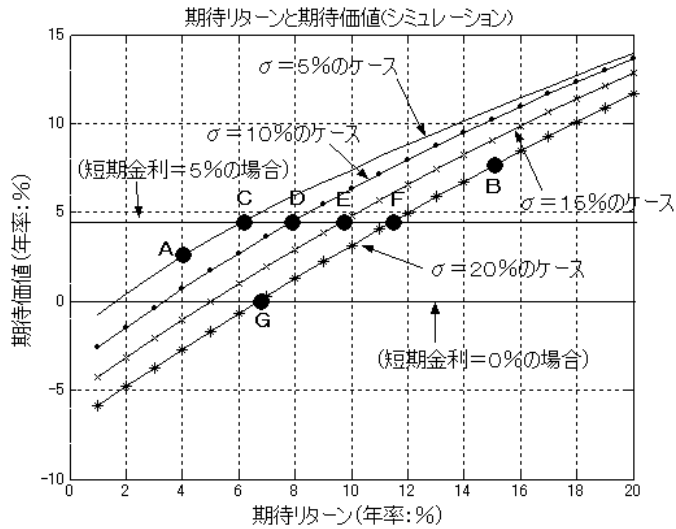
- ・対象データ：TOPIX（東京証券取引所1部上場株価指数）日次終値データ、および月次終値データ
- ・データ期間：1952年12月末～2002年12月末

図1はその結果である。なお、ここでの**期待価値**計測にあたり、価格変動リスク（標準偏差）として5%、10%、15%、20%の4つのケースを想定した。

図の見方を説明すると（簡単のため以下では $k=1$ とする）、たとえばリスク（ σ ）が5%の資産の場合（そういった資産が存在すると仮定する）、横軸で表される期待リターン（ $\tilde{\mu}$ ）の値が4%なら、その**期待価値**は縦軸の約2.5%（点A）となる。リスク（ σ ）が20%の資産の場合、期待リターン（ $\tilde{\mu}$ ）が15%で**期待価値**は7.5%（点B）ということになる。

なお、短期金利は無リスク（仮定）であるため、その**期待価値**は、金利 r に対して $r^{0.88}$ ということになる。

図 1: 期待リターンと期待価値 (シミュレーション)

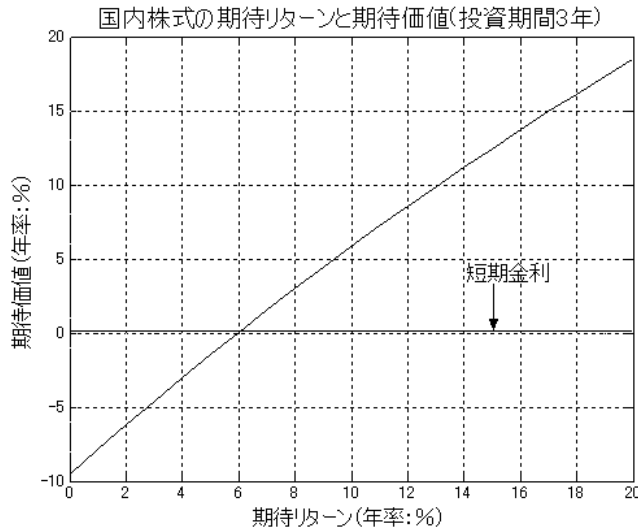


図の例に戻って、 $\sigma = 5\%$ の資産では、期待リターンが4%なら、その期待価値は、2.5% (点A) で、それは、短期金利2.8%の期待価値 ($2.8^{0.88} = 2.5$) に相当する。 $\sigma = 20\%$ の資産の場合、期待リターンが15%なら、その期待価値は7.5% (点B) で、短期金利9.8%の期待価値 ($9.8^{0.88} = 7.5$) に相当するということである。資産の相対魅力度という観点から、実際の短期金利がそれらより低い場合、対象とするリスク性資産は投資するに足る魅力度を持っているということになる (たとえば、以上の例で、短期金利が2%の場合、 σ が5%、期待リターンが4%の資産は投資する資産ということになる)。

同様の議論で、たとえば現在の短期金利 (無リスクとする) が5%の場合 (その期待価値は4.1%)、各リスク資産がそれを上回る魅力を持つためには、つまり期待価値が4.1%を上回るためには、 $\sigma = 5\%$ のリスク資産なら、期待リターンが6.1% (点C) 以上なければならない。同様に $\sigma = 10\%$ のリスク資産であれば7.9% (点D)、 $\sigma = 15\%$ のリスク資産であれば9.6% (点E)、 $\sigma = 20\%$ のリスク資産であれば11.5% (点F) 以上の各々期待リターンで始めて短資運用を上回る魅力があるということになる。

より身近な例で、現状の短期金利=0%、国内株式のリスク=20%とすると、図1から、株式への投資を考える人は、そこに6.7% (点G) 以上のリターンを期待しているということになる。

図2: 国内株式の期待リターンと期待価値 (期待効用)



2.3 市場データによる株価プレミアム(収益率)の推計

以上の期待価値推計の方法に基づき、投資対象として国内株式について期待価値、およびリスクプレミアムの計測を行い、それぞれの投資対象としての魅力度について考察を試みた。

図2は、投資期間3年のケースで、過去の株価データをもとにした価格変動リスクの値から期待価値と期待リターンの関係を図示したものである。

この図より、過去データのリスク値を基に評価するなら、国内株式の期待収益率が年率6%以上あれば短資運用を上回る投資対象であるとみなされる(ここでの短期金利は0.1%と置いた)。1952年5月~2003年9月までのTOPIXの年率平均リターンは6.5%である。一般のリスク推計方法に基づくなら、国内株式は投資するに足る魅力度を持つ資産として評価されることとなる。

3 期待価値計測における検討課題

ところで、以上の期待価値計測においては一貫して、価格変動分布を過去データをもとづいた。人々が認識する将来の価格変動分布(リスク)が過去データに基づくものと一致する場合、この期待価値の推計方法の信頼性は高い。それでは実際に人々は将来に対

表 1: 株価予想アンケート

	3ヶ月後	6ヶ月後	1年後	3年後
予想値 (%)	-0.81	+15.36	+30.67	+53.70
高値 (%)	+14.17	+31.61	+49.80	+80.00
安値 (%)	-15.35	-6.74	+4.50	+16.57

し、どのような価格変動のイメージをもっているのか、それについて以下のアンケートを行った。

◇アンケート (1)

具体的には人々に将来の予想株価およびその上限、下限を答えてもらうアンケートである。現在から3ヶ月後、6ヶ月後、1年後、3年後におけるそれぞれの株価とともに、各時点で想定される予想上下限についても答えてもらうというものである。このアンケートの主な目的は被験者が想定する予想株価の上限・下限から人々が認識する株価変動分布の時系列でどのように拡大していくか、その推移を見ることにある。なお今回のアンケートでは被験者として日本福祉大学通信教育部の社会人学生(18歳~60歳)23名を対象とした(実施日:2002年7月28日)。結果は表1の通りである。

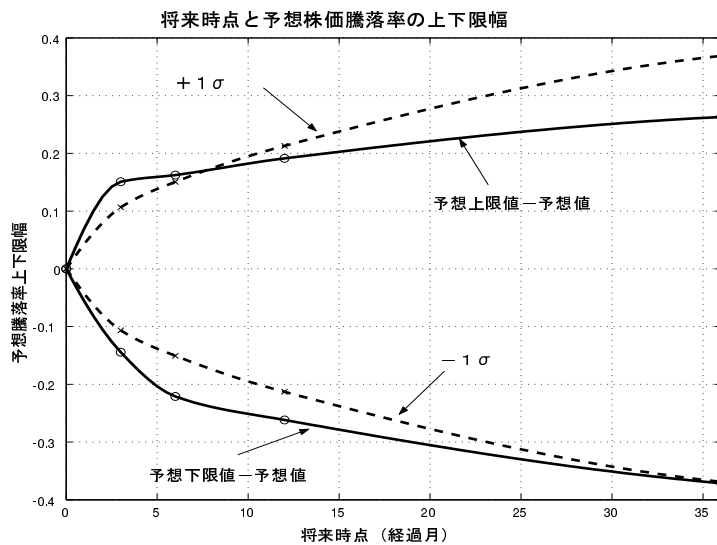
これをよりわかりやすくするため、予想騰落率を求め、それをグラフに表した(図3)。なお、ここでの目的は、リスクの大きさの時間による拡大の傾向である。そこで、このグラフは予想株価騰落率に対する上限/下限の予想幅を表したものである。図中、アンケートの上下限[(上限-下限)/予測値]幅の時系列推移をファイナンス理論が想定するリスク量の時系列推移(\sqrt{T} ルール:図中の点線)で比較を行ってみた。

このグラフからわかることは、人々が認識するリスク量が、遠い将来のものほど実際のリスク量より過小評価されているという傾向である。

3ヶ月後、6ヶ月後における株価変動の上下限はヒストリカル分布でみた $\pm 1\sigma$ を超えるものであるがより長期のものたとえば3年後の上下動を見るとその幅は $\pm 1\sigma$ を下回るものであることがわかる。つまり遠い将来のものほど人々はリスクを過小評価する傾向が表されている。

一方、ここで疑問となるのは人々の想定する価格変動上下限に対する概念である。はたしてそれが事実上の上下限を意味するのか、あるいはそれ以上に変動する可能性も考えて

図 3: 株価予想アンケートの結果



いるのかという疑問である。そこで、別の被験者に以下のアンケートを行った。

◇アンケート (2)

1年後の株価予想とその上下限予想、およびそれを超える確率を被験者に答えてもらった。

<アンケート実施データ>

被験者：証券会社の法人営業担当者、ディーラー

被験者数：43人

アンケート実施時期：2003年9月～12月

<アンケート結果>

各予想平均は表2の通りである

以上のアンケートからわかったことは、人々が想定する価格変動の上下限とはほぼ±1標準偏差であるということである。それは上下限値を超える平均確率が32%という回答結果から読み取れる。

よって図3にあらわされた人々の想定する将来株価の上下限から、人の感じている将来の価格変動リスクを推定することが可能となる。そしてそれをもとに将来人々が想定する

表 2: 株価予想アンケート

	予想株価 (収益率)	上限	下限	上・下限を超える確率
被験者平均	+ 3 2 . 3 %	+ 4 1 . 7 %	+ 1 1 . 7 %	3 2 %

表 3: 株式の期待価値 (再計算)

	期待リターン (年率)
(再計算前)	(6 . 0 %)
再計算後	5 . 2 %

対象資産の期待価値、および期待リターンを求めることができる。

3.1 株式魅力度再計算

そこでさっそく各投資期間に対する国内株式の**期待価値**を再計算してみた。ここで用いる価格変動リスク (標準偏差) はアンケートから得られたものを使用する。具体的にはアンケート 1 の予想上下限を $\mu \pm 1 \sigma$ と仮定して σ を推計し、各投資期間の**期待価値**を求める。**期待価値**から期待リターンを求める方法は前節と同様である。以上のようにして、3年後における株式の期待リターンを求めてみた。その結果は表 3 のとおりである。

ここであげた 3 年の投資期間の例で、国内株式の期待収益率が年率 5 . 2 % (実際のリスクで評価した場合は 6 . 0 % であった) 以上あれば短資運用を上回る投資対象であるとみなされる (ここでの短期金利は 0 . 1 % と置いた)。1952 年 5 月～2003 年 9 月までの TOPIX の年率平均リターンは 6 . 5 % である。よって、国内株式は特に長期的には実態以上に投資するに足る魅力度を持つ資産として評価されていることが推測できる。

4 おわりに

投資の意思決定に際し、人々は投資対象の価値評価を行う。その価値評価の基となるのは将来期待できるリターンの水準とリスクの大きさである。ファイナンス理論ではリスクは単純に価格変動の標準偏差で表されてきた。しかし現実に人々の評価するリスクとは単純に価格変動の標準偏差だけで表されるものではない。

むしろ投資対象の価値を議論するには本文で述べてきたような”期待価値”で表されるものの方が自然であろうと思われる。実際、リターンに関して投資家の限界効用は逓減するであろうし、投資家の感じるリスクとは単に価格の変動性というよりは損失の可能性だからである。

もっとも本稿で用いたプロスペクト理論の価値関数が日本の投資家の効用を正しく記述するものであるかどうかの検証はなされていない。よって今後の課題として日本の投資家の効用関数を何らかの方法で確かめる必要があるだろう。

また今回は確率分布としてまずはヒストリカルデータから推計される正規分布をおいた。しかしアンケート分析からわかった通り、1年を超える将来の価格変動分布はヒストリカルデータから推計されるより幅の小さなものようである。そのため、国内株式に対する人々の実際に感じる魅力度は先の分析結果によるものよりも大きいとの可能性が指摘できた。

いずれにしてもこういった種類の研究はまだ十分と言えないのが現状である。多くが今後の課題として残されている。

参考文献

- [1] 石井吉文, 2002, 「プロスペクト価値関数による資産評価と投資家心理」, 日本行動計量学会第30回大会抄録集
- [2] 石井吉文, 2003, 「時間と人々の価格変動リスクに対する認知特性」, 日本行動計量学会第31回大会抄録集
- [3] Kahneman, Daniel; Tversky, Amos, 2000, "Choices, Values and Frames", Cambridge Univ Pr
- [4] Kahneman, Daniel; Tversky, Amos, 1979, "Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk", *Econometrica*, Mar., vol47, Issue2
- [5] Kahneman, Daniel; Slovic, Paul; Tversky, Amos, 1982, "Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases", Cambridge University Press